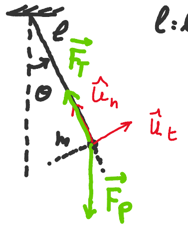
Mouvement Oscillatoire Harmonique

mercredi, 21 avril 2021 16:13

Oscillatoire : mouvement périodique, qui se répète indéfiniment, caractérisé par sa période T et sa fréquence $f = \frac{1}{T}$

Harmonique : l'évolution du système en fonction du temps est décrite par une fonction sinusoïdale du temps.

1). Le pendule simple



ℓ : longueur du pendule

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{F}_T + \vec{F}_P = m\vec{a}$$

$\Rightarrow$ Sur u_t : $-F_P \sin\theta = m\, a_t$

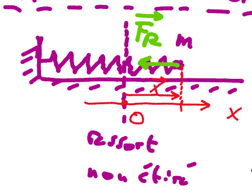
avec $a_t = \ell\alpha = \ell \cdot \frac{d\omega}{dt} = \ell \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} = \ell \cdot \ddot{\theta}$

$\Rightarrow -\cancel{m}g \sin\theta = \cancel{m}\ell\ddot{\theta}$

$\Rightarrow \boxed{\ddot{\theta} = -\frac{g}{\ell}\sin\theta \;\; = -\frac{g}{\ell}\theta}$: équation différentielle d'ordre 2

Pour des petits θ, $\sin\theta \approx \theta$

2). Le ressort horizontal



$$\vec{F}_R = -k \cdot \vec{x}$$

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{F}_R = m\vec{a}$$

$\Rightarrow$ Sur x : $-kx = ma$

avec $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$

$\Rightarrow -kx = m\ddot{x}$

$\Rightarrow \boxed{\ddot{x} = -\frac{k}{m}x}$: équation différentielle d'ordre 2

Une solution identique !

$\Rightarrow$ **Solution générale** : $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$

- fonction harmonique : $\cos$
- fréquence "angulaire" $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$
- $x(t)$: position, angle
- A : amplitude (= position extrême)
- φ : déphasage, dépend de la position initiale

Vitesse, $v(t) = \dot{x}(t) = \frac{d}{dt}x(t) = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$

accélération, $a(t) = \ddot{x}(t) = \frac{d}{dt}v(t) = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi)$

Energie mécanique d'un oscillateur harmonique (= cas du ressort)

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\sin^2(\omega t+\varphi) + \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t+\varphi)$$

avec $m\omega^2 = k$ $\Rightarrow$ $E_m = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \frac{1}{2}kA^2 = $ Constante