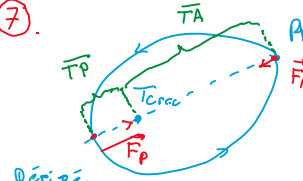


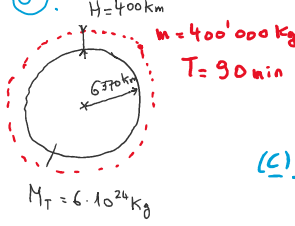
7.



$$F_A = G \frac{m_L \cdot m_T}{r_A^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,35 \cdot 10^{22} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{(4,067 \cdot 10^8)^2} \approx \underline{\underline{1,8 \cdot 10^{20} \text{ N}}}$$

$$F_P = G \frac{m_L \cdot m_T}{r_P^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,35 \cdot 10^{22} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{(3,564 \cdot 10^8)^2} \approx \underline{\underline{2,3 \cdot 10^{20} \text{ N}}}$$

8.



$H = 400 \text{ km}$   
 $m = 400'000 \text{ kg}$   
 $T = 90 \text{ min}$   
 $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

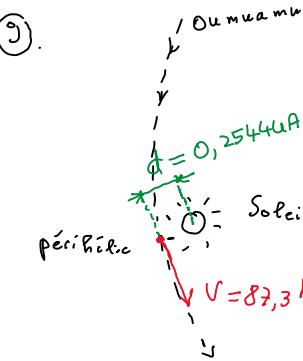
(a). Vitesse orbitale =  $\frac{\text{distance}}{T} = \frac{2\pi(6370 \text{ km} + 400 \text{ km}) \cdot 1000}{90 \text{ min} \cdot 60} \approx \underline{\underline{7880 \text{ m/s}}}$

(b).  $E_{\text{cin}} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 400'000 \cdot (7880)^2 \approx \underline{\underline{1,24 \cdot 10^{13} \text{ J}}}$

(c).  $E_{\text{pot}} = -G \frac{M \cdot m}{r} = -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 400'000}{6770 \text{ km} \cdot 1000} \approx \underline{\underline{-2,36 \cdot 10^{13} \text{ J}}}$

(d).  $E_{\text{méc}} = E_{\text{cin}} + E_{\text{pot}} \approx \underline{\underline{-1,12 \cdot 10^{13} \text{ J}}}$

9.



ou m u a  
 $r_p = 0,2544 \text{ u.a.}$   
 $v = 87,3 \text{ km/s}$   
 Soleil  
 périhélie

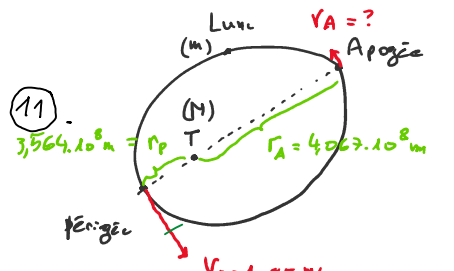
$$E_{\text{méc}} \text{ au périhélie} = \frac{1}{2} m v^2 - G m \frac{M_{\odot}}{r}$$

← masse Soleil!

$$= \frac{1}{2} \cdot 10^{10} \cdot (87,3 \cdot 1000)^2 - 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{10} \cdot \frac{2 \cdot 10^{30}}{0,2544 \cdot 1,5 \cdot 10^{11}}$$

$$\approx \underline{\underline{3,1 \cdot 10^{18} \text{ J}}} > 0 : \text{objet "libre" !}$$

11.



$r_p = 3,564 \cdot 10^8 \text{ m}$   
 $r_a = 4,067 \cdot 10^8 \text{ m}$   
 $v_p = 1095 \text{ m/s}$   
 Lune (m)  
 Terre (M)  
 Apogée  
 Périhélie

On doit avoir  $E_{\text{méc}}(A) = E_{\text{méc}}(P)$

$$-G \frac{M}{r_a} + \frac{1}{2} v_a^2 = -G \frac{M}{r_p} + \frac{1}{2} v_p^2$$

Suite des opérations à réaliser

$$\frac{1}{2} v_a^2 = G \frac{M}{r_a} - G \frac{M}{r_p} + \frac{1}{2} v_p^2$$

$$v_a^2 = 2G M \left( \frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_p} \right) + v_p^2$$

$$v_a = \sqrt{2G M \left( \frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_p} \right) + v_p^2} = \sqrt{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \left( \frac{1}{4,067 \cdot 10^8} - \frac{1}{3,564 \cdot 10^8} \right) + 1095^2}$$

$v_a \approx 960 \text{ m/s}$

12.



Terre

$$M_T \approx 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$R_T \approx 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Infini!

A

$$E_{\text{méc}}(A) = 0$$

À l'instant du lâcher

⇒ Indépendant de la masse de l'objet!

$$E_{\text{méc}}(A) = E_{\text{méc}}(B) = 0$$

$$E_{\text{méc}}(B) = \frac{1}{2} m v_B^2 - G m \frac{M_T}{R_T} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Suite des opérations pour trouver } v_B! \\ + G \frac{M_T}{R_T} \cdot 2 / \sqrt{\quad} \end{array} \right.$$

$$v_B = \sqrt{2 G \frac{M_T}{R_T}} \approx \underline{\underline{11'210 \text{ m/s}}} \quad : \text{identique à vitesse de libération!}$$

14). Vitesse de libération du Soleil:



B (= infini)

$$E_{\text{méc}}(B) = 0$$

$$E_{\text{méc}}(A) = \frac{1}{2} m v_A^2 - G m \frac{M_\odot}{R_\odot} = 0 \quad \Rightarrow \quad v_A = \sqrt{2 G \frac{M_\odot}{R_\odot}} = \left( 2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2 \cdot 10^{30}}{7 \cdot 10^8} \right)^{1/2} \approx \underline{\underline{617'000 \text{ m/s}}}$$

15).

Trou noir?



$$v_{\text{lib}} = \sqrt{2 G \frac{M}{R}} = c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$2 G \frac{M}{R} = 9 \cdot 10^{16}$$

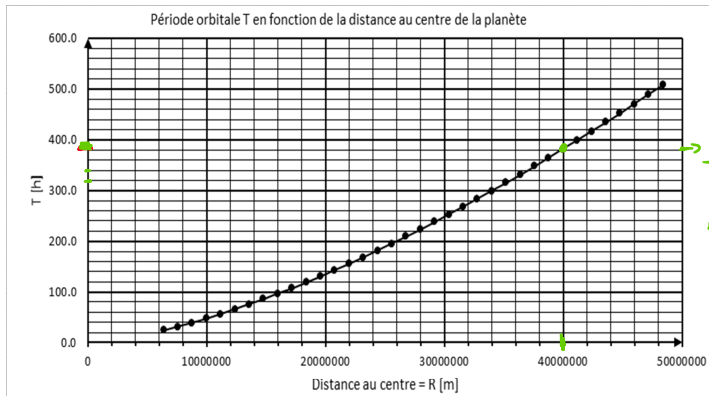
$$M = \frac{R}{2 G} \cdot 9 \cdot 10^{16} = \frac{10'600}{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}} \cdot 9 \cdot 10^{16} \approx \underline{\underline{6,7 \cdot 10^{30} \text{ kg}}}$$

Trou noir stellaire!

16

Le graphique montre la période orbitale  $T$  en fonction de la distance au centre  $R$  pour une planète de masse  $m$ . A partir des informations du graphique, déterminez  $m$  en kg.

Indice : utiliser les deux formules permettant de calculer la vitesse orbitale



$$V_{orbitale} = \sqrt{G \cdot \frac{M}{R}} = \frac{2\pi R}{T}$$

$$G \cdot \frac{M}{R} = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2} \quad | \cdot R / \div G$$

$$\Rightarrow M = \frac{4\pi^2 R^3}{G \cdot T^2} \quad (kg)$$

SI: kg  
s  
m

$$T = 382 \text{ s} \rightarrow 382 \cdot 3600$$

$$R = 4 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$M = \frac{4\pi^2 \cdot (4 \cdot 10^7)^3}{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot (382 \cdot 3600)^2} \approx 2,2 \cdot 10^{22} \text{ kg}$$

$\approx \text{LUNE}$

17. On part de  $v_{orb} = \sqrt{2G \frac{M}{R}}$  pour "extraire"  $R$

(a)  $v_{orb} = \sqrt{2G \frac{M}{R}} \rightarrow v_{orb}^2 = 2G \frac{M}{R} \rightarrow R = 2G \frac{M}{v_{orb}^2}$

au Carré

$$= 2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{0,0025 \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{(4200)^2}$$

$$= 1,1286 \cdot 10^6 \text{ m} = \underline{\underline{1128,6 \text{ km}}}$$

(b)  $\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{0,0025 \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{\frac{4}{3}\pi \cdot (1,1286 \cdot 10^6)^3} \approx \underline{\underline{2479 \text{ kg/m}^3}}$

Volume d'une sphère  
 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

18.  $v_{orbitale} = \sqrt{G \cdot \frac{M}{R+h}} = \left[ \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,89 \cdot 10^{27}}{(71'280 + 30'000) \cdot 1000} \right]^{1/2} \approx 35'280 \text{ m/s}$

$$T_{orbitale} = \frac{2\pi(R+h)}{v_{orbitale}} = \frac{2\pi(71'280 + 30'000) \cdot 1000}{35280} \approx 18'037,3 \text{ s} \rightarrow \underline{\underline{5 \text{ h environ!}}}$$

19.  $v_{orb} = \sqrt{2 \frac{GM}{R}} \Rightarrow v_{orb}^2 = 2 \frac{GM}{R} \quad (1)$

$v_{orb} = \sqrt{G \frac{M}{R+h}} \Rightarrow v_{orb}^2 = G \frac{M}{R+h} \quad (2)$

} système de 2 équations à 2 inconnues

• De (1):  $R = \frac{2GM}{v_{orb}^2} \Rightarrow \text{dans (2)} : v_{orb}^2 = G \cdot \frac{M}{\frac{2GM}{v_{orb}^2} + h} \Rightarrow v_{orb}^2 \left( \frac{2GM}{v_{orb}^2} + h \right) = GM$

$$\Rightarrow GM \left( \frac{v_{orb}^2}{v_{orb}^2} \cdot 2 - 1 \right) = -h \cdot v_{orb}^2 \Rightarrow M = \frac{-h \cdot v_{orb}^2}{G \left( \frac{v_{orb}^2}{v_{orb}^2} \cdot 2 - 1 \right)} \approx \underline{\underline{7,33 \cdot 10^{22} \text{ kg}}}$$

$$\rightarrow \mathcal{U}''\left(\frac{v_{orb}^2}{v_{orb}^2} \cdot 2 - 1\right) = -k \cdot v_{orb}^2 \Rightarrow M = \frac{-k \cdot v_{orb}^2}{G\left(\frac{v_{orb}^2}{v_{orb}^2} \cdot 2 - 1\right)} \approx \underline{\underline{7,33 \cdot 10^{22} \text{ kg}}}$$

$$\bullet \text{ On reprend (1): } R = \frac{2GM}{v_{orb}^2} = \frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,33 \cdot 10^{22}}{2374^2} \approx \underline{\underline{1,735 \cdot 10^6 \text{ m}}}$$